Université du Sud Toulon-Var

Licence L2 Math. M42. 1er Juin 2010

Examen de Probabilités

Avertissement: Durée: 3h. Les documents personnels et les calculetttes sont autorisés. Le barême est donné à titre indicatif.

Exercice 1 [5pts]: Une urne contient 3 boules blanches et 5 boules rouges. On y procède à des tirages sans remise. On note N_i (resp. R_i) l'évenement: la boule numéro i est noire (resp. rouge).

a) Calculer de 2 manières les probabilités $\mathrm{P}(N_2)$ et $\mathrm{P}(N_3)$.

b) Quelle est la probabilité de N_3, sachant que les 2 premières sont rouges ?

c) On obtient une boule rouge au troisième tirage. Quelle est la probabilité pour qu'on ait amené une boule rouge et une boule noire (dans un ordre quelconque) les 2 premières fois ?

Exercice 2 [5pts]: Une urne contient 6 boules numerotées, dont on retire 2 au hasard. On note par X, (resp. Y) le plus grand (resp. le plus petit) des nombres obtenus.

a) Dans le cas d'un tirage avec remise, déterminer la loi des variables X et Y, leur espérance et leur variance.

b) Memes questions dans le cas d'un tirage sans remise.

c) Déterminer dans les 2 cas la loi conjointe du couple (X, Y), la covariance et le coefficient de corrélation de X et Y.

d) Comparer les lois marginales du couple dans les 2 situations.

Exercice 3:[5pts] On considere 2 urnes, U_1 contenant 2R et 3B, U_2 contenant 4R et 3B, dans lesquelles on effectue des tirages avec remise, de la façon suivante:

On commence par faire un tirage dans l'urne U_1. Si la boule est R, on recommence. Sinon, on effectue le 2e tirage dans U_2. Si la boule est B, on tire une nouvelle boule dans U_2. Si la boule est R, on reprend a nouveau l'urne U_1, etc... Soit X_n (resp. Y_n) le nombre de boules R (resp. B) tirées au cours des n premiers coups (avec la convention $X_0 = Y_0 = 0$).

a) Donner une relation entre X_n et Y_n. Calculer $\mathrm{P}(X_j = 1)$ et $\mathrm{P}(Y_j = 1)$ pour $j = 1, 2, 3$.

b) Calculer les probabilités de transition $\mathrm{P}(X_{j+1} = 1 | X_j = 0)$ et $\mathrm{P}(X_{j+1} = 1 | X_j = 1)$.

c) Etablir une relation de récurrence permettant de calculer $\mathrm{P}((X_{n+1}, Y_{n+1}) = (a, b))$ en fonction de $\mathrm{P}((X_n, Y_n) = (a-1, b))$ et $\mathrm{P}((X_n, Y_n) = (a, b-1))$.

d) En déduire $\mathrm{P}((X_2, Y_2) = (a, b))$, pour $0 \leq a \leq 2$ et $0 \leq b \leq 2$. Comparer $\mathrm{P}(X_2 \geq Y_2)$ et $\mathrm{P}(X_2 \leq Y_2)$.

Exercice 4[6pts]: Le nombre X de clients fréquentant un supermarché au cours d'une journée suit une loi de Poisson de paramètre λ.

a) Rappeler la distribution de la loi de Poisson, son espérance et sa variance.

b) La probabilite qu'un client utilise sa carte de crédit est p. Soit Y le nombre de clients payant avec leur carte de crédit. Calculer $P(Y = k|X = n)$.

c) En déduire la distribution $P(Y = k)$. Déterminer l'esperance et la variance de Y.

d) Calculer la probabilité p_N qu'au mois N clients aient utilisé leur carte de crédit. Trouver un équivalent de p_N quand $N \to \infty$.

4

Université du Sud Toulon-Var
Licence L2 Math. M42. 27 Mai 2011

Examen de Probabilités

Avertissement: Durée: 3h. Les documents personnels et les calculetttes sont autorisés. Le barême est donné à titre indicatif.

Exercice 1 [4pts]: Un questionnaire à choix multiple comprend n questions, et r réponses possibles pour chacune d'elles, y compris le choix: "pas de reponse". Il y a une seule réponse juste par question. On répond à toutes les questions au hasard. Soit X_n le nombre de réponses justes.

1) Calculer $\mathrm{P}(X_n = k)$ pour $k = 0, \cdots, n$. Quelle est la probabilité d'avoir au moins 2 réponses justes? Determiner $\mathrm{E}(X_n)$ et $\sigma^2(X_n)$.

2) Chaque réponse juste compte 2 points, chaque réponse fausse compte -1, et pas de réponse 0. Soit Y_n la note finale. Déterminer $\mathrm{E}(Y_n)$ et $\sigma^2(Y_n)$.

Exercice 2 [6pts]:

1) Une urne contient 3 boules N (noir) et 4 boules R (rouge). On effectue 3 tirages avec remise. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une R? Au moins une R? Au plus 2 N?

2) On effectue cette fois 3 tirages sans remise. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux R? Au moins une R? Soit X le nombre de boules R obtenues. Déterminer la loi de X. Calculer son espérance et sa variance.

3) On rajoute 3 boules B (blanc) à l'urne, et on effectue 4 tirages avec remise. Calculer la probabilité d'obtenir 2N, 1R, 1B. Au moins une N? Trois boules de différentes couleur?

Calculer la loi conjointe du couple (N, B), i.e. $\mathrm{P}(N = a \cap B = b)$ dans le cas de 4 tirages.

4) On effectue cette fois 3 tirages sans remise. Calculer la probabilite d'obtenir 1N, 1R, 1B.

Exercice 3 [6pts]: On considère 2 urnes, U_1 contient 3 boules rouges et 5 boules blanches, et U_2 contient 4 boules rouges et 4 boules blanches.

1) On choisit une urne au hasard, et on en retire 2 boules (sans remise). Quelle est la probabilité d'avoir 2 boules blanches, resp. une boule blanche et une boule rouge ?

2) Les 2 boules en fait sont de différentes couleurs. Quelle est la probabilité d'avoir effectué le tirage dans U_1 ? Dans U_2 ?

3) Sans remettre ces boules dans l'urne, on en retire une à nouveau. Quelle est maintenant la probabilité d'avoir effectué le tirage dans U_1 si c'est une boule blanche. Si c'est une boule noire?

4) Même question qu'en 3) si on replace dans l'urne les 2 premières boules.

Exercice 4 [6pts]: Le nombre X de clients fréquentant un supermarché au cours d'une journée suit une loi de Poisson de paramètre λ.

1) La probabilité qu'un client utilise sa carte de crédit est p. Soit Y le nombre de clients payant avec leur carte de crédit. Calculer $P(Y = k|X = n)$.

2) Montrer que Y suit encore une loi de Poisson.

3) Calculer la probabilité p_N qu'au mois N clients aient utilisé leur carte de crédit. Trouver un équivalent de p_N quand $N \to \infty$.

4) La probabilité que le compte d'un client qui paye avec sa carte de crédit ne soit pas approvisionné est q. Soit Z le nombre de clients qui ont payé avec une carte dont le compte n'est pas approvisionné. Déterminer la loi de Z.

L2 SEMESTRE 2 SESSION 2 M42 16/

Université du Sud Toulon-Var

Licence L2 Math. M42. 29 Juin 2011

Examen de Probabilités

Avertissement: Durée: 2h. Documents personnels et calculettes autorisés.

Exercice 1 [7pts]: Un questionnaire à choix multiple (QCM) comprend n questions, et 4 réponses possibles pour chacune d'elles. Il y a une seule réponse juste par question. La probabilité qu'un candidat connaisse la réponse est p (la même pour toutes les questions). S'il ne sait pas, il répond au hasard.

1) Quelle est la probablité d'avoir au moins une réponse juste?

2) Soit X_1 le nombre de réponses justes obtenues en connaissant la réponse, et X_2 le nombre de réponses justes obtenues au hasard. Déterminer les lois de X_1 et X_2.

3) Déterminer la loi de $X = X_1 + X_2$. Pouvait-on obtenir ce resultat directement?

4) Ce QCM est subi par N candidats, ayant tous la même probabilité p de connaitre la réponse à la première question. Soit Y le nombre de candidats ayant répondu correctement à cette question. Déterminer la loi de Y, calculer sa moyenne m et sa variance σ^2.

5) Pour $\tau > 0$, donner une majoration de $\mathrm{P}(\frac{1}{N}|Y - m| \geq \tau)$.

Exercice 2 [7pts]: On procède à 2 tirages dans une urne qui contient des boules numérotées de 1 à 6. On note par X (resp. Y) le plus grand (resp. le plus petit) des nombres obtenus.

1) Dans le cas d'un tirage avec remise, déterminer la loi des variables X et Y, leur espérance et leur variance.

2) Mêmes questions dans le cas d'un tirage sans remise.

3) Déterminer dans les 2 cas la loi conjointe du couple (X, Y), la covariance et le coefficient de corrélation de X et Y.

4) Comparer les lois marginales du couple dans les 2 situations.

Exercice 3 [7pts]: On considère 2 urnes, U_1 contient 4 boules rouges (R) et 2 boules blanches (B), et U_2 contient 3 R et 3 B.

1) On effectue 3 tirages dans U_1, sans remise. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules B. Caractériser la loi de X, déterminer son espérance et sa variance.

2) Cette fois on choisit une urne au hasard, et on retire 3 boules (sans remise). Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de boules B. Déterminer la loi de Y, son espérance et sa variance. Les variables X et Y sont-elles indépendantes?

3) Un tel tirage donne 1 R et 2 B. Quelle est la probabilité d'avoir effectué le tirage dans U_1 ? Dans U_2 ?

4) Cette fois on rajoute 2 boules noires (N) dans chacune des urnes, puis on effectue 2 tirages dans U_1 (sans remise). Soit Z la variable aléatoire égale au nombre de boules B. Déterminer la loi de Z, et calculer $\mathrm{E}(Z)$.

Université du Sud Toulon-Var

Licence L2 Math. M42. Juin 2012

Examen de Probabilités

Avertissement: Durée: 2h. Documents personnels et calculettes autorisés.

Exercice 1 [4pts] Une compagnie aérienne remarque qu'en moyenne 4% des réservations sur un vol donné ne sont pas utilisées. Elle vend 75 billets. Soit X le nombre de désistements, X suit donc une loi binômiale $B(75, 0.04)$

1) Il n'y a que 73 places sur ce vol. Calculer la probabilité que tous les passagers soient admis.

2) Admettant que l'on peut ici approximer la loi binômiale $B(n,p)$ par la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ lorsque $\lambda = np \geq 3$, donner une valeur approchée de $\mathrm{P}(X \geq 2)$.

3) Quelle est encore la probabilité qu'il reste unc place vide?

Exercice 1 [8pts]

1) Un pion avance avec la probabilité p et reste sur place avec la probabilité $1-p$. A l'instant $t=0$, il est en O. Soit X_n son abscisse au temps n.

a) Calculer $\mathrm{P}(X_n = k)$.

b) Calculer $\mathrm{E}(X_n)$, et $\sigma^2(X_n)$.

2) Cette fois le pion avance avec la probabilité p et recule avec la probabilité $1-p$. Soit Y_n son abscisse au temps n.

a) Calculer $\mathrm{P}(Y_n = j-(n-j))$, puis $\mathrm{P}(Y_n = k)$, pour $k \in \mathbf{Z}$.

b) Calculer $\mathrm{E}(Y_n)$, et $\sigma^2(Y_n)$. Quelle est la valeur $p = p_0$ pour laquelle $\sigma^2 = \sigma^2(Y_n)$ est maximale? Soit σ_0^2 la valeur correspondante. Calculer $\sigma^2 - \sigma_0^2$ (σ_0^2 répresente la variance du mouvement brownien).

3) Deux joueurs A et B jouent à tour de rôle, A gagne 1 point avec la probabilité p, B en perd un avec la même probabilité.

a) Quelle est l'espérance du gain de A au bout de n parties?

b) On suppose $p = 1/2$. Sachant que A possède au départ un capital de n points, quelle est la probabilité qu'il soit ruiné au bout des n premières parties?

Exercice 1 [8pts]

On considère 3 urnes, U_1, U_2, U_3. L'urne U_1 contient 3 boules rouge (R) et une boule blanche (B), l'urne U_2 1R et 3B, et U_3 2R et 2B. On choisit une urne au hasard et on y effectue des tirages successifs.

10

1) Quelle est la probabilité $P(R_1)$ d'obtenir une boule R au premier tirage? la probabilité $P(R_2)$ d'obtenir une boule R au deuxième tirage? Y-a-t-il lieu de distinguer les tirages avec ou sans remise?

2) Calculer $P(R_2|R_1)$, en distinguant les cas avec ou sans remise.

3) Calculer la probabilité qu'on ait choisi l'urne U_3 si on a obtenu 2 boules R au cours des 2 tirages. (avec ou sans remise.)

43

Université de Toulon

Licence L2 Math. M43. 12 Mai 2014

Examen de Probabilités

Avertissement: Durée: 2h. Les documents personnels et les calculettes sont autorisés. Le barême est donné à titre indicatif.

Exercice 1 [5 pts]: 7 amis comparent le jour de la semaine de leur anniversaire en 2014: l'anniversaire peut tomber un Lundi, un Mardi, etc... Les 7 jours sont équiprobables.

1) Soit A l'événement: "au moins 2 d'entre eux ont leur anniversaire le même jour". Calculer $\mathrm{P}(A)$.

2) Soit B l'événement: "au moins 3 d'entre eux sont nés un jour différent". Calculer $\mathrm{P}(B)$.

3) Parmi ces amis, il y a 4 filles et 3 garçons. Quelle est la probabilité pour qu'aucune fille n'ait le même jour d'anniversaire qu'un garçon?

Exercice 2 [6 pts]: On considère 2 urnes, U_1 contient 4 boules rouges et 2 boules blanches, et U_2 contient 3 boules rouges et 3 boules blanches.

On choisit une urne au hasard, et on en retire 2 boules (sans remise).

1) Quelle est la probabilité que la 1:ere boule soit blanche? que la 2:ième boule soit blanche?

2) Quelle est la probabilité d'avoir 2 boules blanches? Quelle est la probabilité que les 2 boules soient de couleur différentes?

3) Les 2 boules en fait sont de différentes couleurs. Quelle est la probabilité d'avoir effectué le tirage dans U_1 ? Dans U_2 ?

4) On rajoute 2 boules bleues dans l'urne U_1, et on en retire 3 boules (sans remise). Quelle est la probabilité que les 3 boules soient de couleur différentes?

Exercice 3 [4 pts]: Le joueur A est muni d'une pièce et le joueur B d'un dé, qu'ils jettent à tour de rôle. Le joueur A gagne la partie s'il amène Face avant que B n'amène un 5 ou un 6, et inversement. On suppose que c'est A qui commence.

1) Quelle est la probabilité de gain de A ? Celle de B ?

2) Soit T la durée de la partie. Calculer $\mathrm{P}(T=1), \mathrm{P}(T=2)$, et plus généralement $\mathrm{P}(T=k)$. De quel type est la loi de T? Quelle est sa durée moyenne ?

Exercice 4 [5pts]:

1) Un pion avance avec la probabilité p et reste sur place avec la probabilité $1-p$. A l'instant $t=0$, il est en O. Soit X_n son abscisse au temps n.

a) Calculer $\mathrm{P}(X_n = k)$.

b) Calculer $\mathrm{E}(X_n)$, et $\sigma^2(X_n)$.

2) Cette fois le pion avance avec la probabilité p et recule avec la probabilité $1-p$. Soit Y_n son abscisse au temps n.

a) Calculer $\mathrm{P}(Y_n = j-(n-j))$, puis $\mathrm{P}(Y_n = k)$, selon les valeurs de $k \in \mathbf{Z}$.

b) Calculer $\mathrm{E}(Y_n)$, et $\sigma^2(Y_n)$. Quelle est la valeur $p = p_0$ pour laquelle $\sigma^2 = \sigma^2(Y_n)$ est maximale?

3) Maintenant le pion avance avec la probabilité p, recule avec la probabilité q, ou reste sur place avec la probabilité r, $p+q+r=1$. Soit Z_n son abscisse au temps n.

a) Soit $n \in \mathbf{N}$ et $j, k, \ell \geq 0$ trois entiers vérifiant $j+\ell+k=n$. Montrer que

$$\mathrm{P}(Z_n = j-\ell \text{ et } j+\ell+k=n) = \frac{n!}{j!\ell!k!} p^j q^\ell r^k$$

En déduire

$$\mathrm{P}(Z_n = \alpha) = \sum_k \frac{n!}{(\frac{n-k+\alpha}{2})!(\frac{n-k-\alpha}{2})!k!} p^{(\frac{n-k+\alpha}{2})} q^{(\frac{n-k-\alpha}{2})} r^k, \qquad \alpha \in \mathbf{Z}$$

Expliquer pourquoi $k \leq n-|\alpha|$ et préciser l'ensemble des indices k qui contribuent à la somme en fonction de la parité de n et α.

b) Montrer par un argument de symétrie sur la formule donnant $\mathrm{E}(Z_n)$, que si $p=q$, alors $\mathrm{E}(Z_n)=0$. Sous cette condition, quelle serait à votre avis la valeur $p=p_0$ pour laquelle $\sigma^2(Z_n)$ est maximale?

Université de Toulon

Licence L2 Math. M43. 2 Juillet 2015

Examen de Probabilités, 2:ième session

Avertissement: Durée: 2h. Les documents personnels et les calculettes sont autorisés. Le barême est donné à titre indicatif.

Exercice 1 [4pts]: 7 amis comparent le jour de la semaine de leur anniversaire en 2015: l'anniversaire peut tomber un Lundi, un Mardi, etc... Les 7 jours sont équiprobables.

1) Soit A l'événement: "au moins 2 d'entre eux sont nés le même jour". Calculer $\mathrm{P}(A)$.

2) Soit B l'événement: "au plus 2 d'entre eux sont nés un jour différent". Calculer $\mathrm{P}(B)$.

3) Soit C l'événement: "au moins 2 d'entre eux sont nés un jour différent". Calculer $\mathrm{P}(C)$.

Exercice 2 [5pts] Une compagnie aérienne remarque qu'en moyenne 5% des réservations sur un vol donné ne sont pas utilisées. Elle vend 84 billets ("sur-réservation"). Soit X le nombre de désistements, X suit donc une loi binômiale $B(84; 0.05)$

1) Il n'y a que 81 places sur ce vol. Calculer la probabilité que tous les passagers soient admis.

2) Admettant que l'on peut approximer la loi binômiale $B(n, p_n)$ par la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda_n)$ avec $\lambda_n = np_n$ lorsque $n \geq 30$, $p_n \leq 0.1$, $np_n \leq 15$, donner une valeur approchée de $\mathrm{P}(X = j)$, $j = 0, 1, 2$ et de $\mathrm{P}(X \geq 3)$.

3) Chaque billet est vendu 100EUR. La compagnie doit non seulement rembourser, mais verser une pénalité de 100EUR à tout client qu'elle aurait refusé à bord du vol en sur-réservation. Toujours dans l'approximation par loi de Poisson, quelle est l'espérance de gain supplémentaire de la compagnie par ce procédé ?

Exercice 3 [4pts] On lance 2 des non pipés.

1) Quelle est la probabilité d'avoir obtenu un double, sachant que la somme des points est égale à 8 ?

2) Même question sachant que la somme des points est au moins égale à 10.

Exercice 4 [5pts] Trois urnes $U_1, U_2 U_3$ contiennent respectivement:

(1) 2 boules rouges (R) et 3 boules bleues (B).

(2) 4 boules rouges et 5 boules bleues.

(3) 3 boules bleues.

On prélève une boule dans U_1 qu'on met dans U_2, puis une boule dans U_2 qu'on met dans U_3, et enfin une boule dans U_3 qu'on met dans U_1.

a) Quelle est la probabilité que la composition de l'urne U_1 n'ait pas varié?

b) Quelle est la probabilité que la composition d'aucune des urnes n'ait varié?

c) *Question bonus*: On considère n urnes contenant des boules R et B en proportions données, et on effectue les substitutions ci-dessus. Pour $j = 1, 2, \cdots, n-1$, soit X_j la variable aléatoire définie par $X_j = 0$ si la boule prélevée de l'urne j est R, et $X_j = 1$ dans le cas contraire. On pose aussi $Y_j = X_j$ pour $j = 1, 2, \cdots, n-1$ et $Y_n = X_n - X_1$. Ecrire une formule générale donnant $\mathrm{P}(Y_n = 0)$ au moyen de $\mathrm{P}(Y_1 = a_1)$ et des probabilités de transition $\mathrm{P}(Y_k = a_k | Y_{k-1} = a_{k-1})$, $k = 2, \cdots, n$, avec $a_j \in \{0, 1\}$ [on commencera par décomposer l'évènement $Y_n = 0$ en $X_n = X_1 = 0$ et $X_n = X_1 = 1$, puis simplifier les expressions telles que $\mathrm{P}(X_n = 0 | X_{n-1} = a_{n-1} \cap \cdots \cap X_2 = a_2 \cap X_1 = a_1)$].

Exercice 5 [4 pts]: Une urne contient 4 jetons numerotés de 1 a 4. On effectue 2 tirages, les variables aléatoires donnant le numéro du jeton étant notées X_1 et X_2 respectivement.

1) Pour des tirages avec ou sans remise, déterminer les lois du couple (X_1, X_2), et leurs lois marginales. Conclusion?

2) Pour des tirages avec ou sans remise, déterminer la loi de $X = X_1 + X_2$,

3) Calculer $\mathrm{E}(X_1 + X_2)$, et $\sigma^2(X_1 + X_2)$.

②

Université de Toulon

Licence L2 Math. M43. 8 Avril 2016

Examen de Probabilités 1:ère session

Avertissement: Durée: 2h. Les documents personnels et les calculettes sont autorisés. Le barême est donné à titre indicatif.

Exercice 1 [4pts]: 8 amis comparent le jour de la semaine de leur anniversaire en 2016: l'anniversaire peut tomber un Lundi, un Mardi, etc... Les 7 jours sont équiprobables.

1) Soit A l'événement: "au moins 2 d'entre eux sont nés le même jour". Calculer $\mathrm{P}(A)$.

2) Soit B l'événement: "au moins 3 d'entre eux sont nés le même jour". Calculer $\mathrm{P}(B)$.

3) Soit C l'événement: "au plus 2 d'entre eux sont nés un jour différent". Calculer $\mathrm{P}(C)$.

4) Soit D l'événement: "au moins 4 d'entre eux sont nés un jour différent". Calculer $\mathrm{P}(D)$.

[On pourra chercher le nombre de partitions d'un ensemble à 8 éléments en 2 ou 3 sous-ensembles non vides.]

Exercice 2 [4pts] Une compagnie aérienne remarque qu'en moyenne 5% des réservations sur un vol donné ne sont pas utilisées. Elle vend 84 billets ("sur-réservation"). Soit X le nombre de désistements. X suit donc une loi binômiale $B(84; 0.05)$

1) Il n'y a que 81 places sur ce vol. Calculer la probabilité que tous les passagers soient admis.

2) Admettant que l'on peut approximer la loi binômiale $B(n, p_n)$ par la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda_n)$ avec $\lambda_n = np_n$ lorsque $n \geq 30$, $p_n \leq 0.1$, $np_n \leq 15$, donner une valeur approchée de $\mathrm{P}(X = j)$, $j = 0, 1, 2$ et de $\mathrm{P}(X \geq 3)$.

3) Chaque billet est vendu 100EUR. La compagnie doit non seulement rembourser, mais verser une pénalité de 100EUR à tout client qu'elle aurait refusé à bord du vol en sur-réservation. Toujours dans l'approximation par loi de Poisson, quelle est l'espérance de gain supplémentaire de la compagnie par ce procédé ?

Exercice 3 [4pts]

1) On lance 2 des non pipés. Quelle est la probabilité d'avoir obtenu un double, sachant que la somme des points est au moins égale à 9 ?

2) On lance 3 des non pipés. Quelle est la probabilité d'avoir obtenu un double, sachant que la somme des points est égale à 9 ?

Exercice 4 [5pts]:

1) Une urne contient 3 boules N (noir) et 4 boules R (rouge). On effectue 3 tirages avec remise.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une R?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une R? exactement deux R?

2) On effectue cette fois 3 tirages sans remise.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une R?

b) Soit X le nombre de boules R obtenues. Déterminer la loi de X. Calculer son espérance.

3) On rajoute 3 boules B (blanc) à l'urne, et on effectue 3 tirages avec remise. Calculer la probabilité d'obtenir 2N, 1R, 0B (dans un ordre quelconque) [On pensera à une loi multinomiale].

Exercice 5 [4 pts]: Une urne contient 4 jetons numerotés de 1 a 4. On effectue 2 tirages, les variables aléatoires donnant le numéro du jeton étant notées X_1 et X_2 respectivement.

1) Pour des tirages avec ou sans remise, déterminer les lois du couple (X_1, X_2), et leurs lois marginales. Conclusion?

2) Pour des tirages avec ou sans remise, déterminer la loi de $X = X_1 + X_2$.

3) Calculer dans chacun des cas $E(X_1 + X_2)$, et $\sigma^2(X_1 + X_2)$. Conclusion?